参考答案

2017 届高三第一次质量检测

数学（理）试卷

一、选择题（本题包括 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。每小题只有一个选项符合题意。请把正确答案填涂在答题卷的相应位置）

1.

【答案】C

【解析】先求出复数 z ，$z=-2-2i$，则 $|z|=\sqrt{(-2)^2+(-2)^2}=2\sqrt{2}$

2.

【答案】C

【解析】$P(\xi\geq 2)=P(\xi\leq -2)=\dfrac{1}{2}\left[1-P(-2<\xi<2)\right]=0.5-P(-2\leq\xi<0)=0.3$.

3.

【答案】B

【解析】①成立. ②为真. ③ p，q 均为真命题或一真一假 ④ $x^2-3x+2>0$ 得到

$x<1$或$x>2$.故 ④为真命题

4.

【答案】C

【解析】：第一次执行循环体后，s=5，n=3，T=3，不满足开始循环，

第二次执行循环体后，s=10，n=6，T=9，不满足开始循环，

第三次执行循环体后，s=15，n=9，T=18，满足条件退出循环，

故输出 T 值为 18

故选：C.

5.

【答案】B.

【解析】m,n 各有 6 种情形，符合条件 $(m,n)\cdot(-1,1)=n-m\leq 0$

当 $m=1$ 时， $n=1$；

当 $m=2$ 时， $n=1$，2；

当 $m=3$ 时， $n=1$，2，3；

当 $m=4$ 时， $n=1$，2，3，4；

当 $m=5$ 时， $n=1$，2，3，4，5；

当 $m=6$ 时， $n=1$，2，3，4，5，6；

共有 21 种，故所求事件的概率是 $P=\dfrac{21}{6\times 6}=\dfrac{7}{12}$

6.

【答案】B.

【解析】：函数 $y=\sin(\pi x+\varphi)\ (\varphi>0)$ 的周期 T=2，最大值为 1，

过 p 作 PD⊥x 轴于 D，则 AD 是四分之一个周期，有 AD=$\frac{1}{2}$，DB=$\frac{3}{2}$，DP=1，所以 AP=$\frac{\sqrt{5}}{2}$,BP=$\frac{\sqrt{13}}{2}$,在 Rt△ADP 中 sin∠APD=$\frac{\sqrt{5}}{5}$，cos∠APD=$\frac{2\sqrt{5}}{5}$；在 Rt△BDP 中 sin∠BPD=$\frac{3\sqrt{13}}{13}$，cos∠BPD=$\frac{2\sqrt{13}}{13}$，

$\sin\theta=\sin(\angle APD+\angle BPD)=\sin\angle APD\cos\angle BPD+\cos\angle APD\sin\angle BPD$

$=\frac{\sqrt{5}}{5}\cdot\frac{2\sqrt{13}}{13}+\frac{2\sqrt{5}}{5}\cdot\frac{3\sqrt{13}}{13}=\frac{8\sqrt{65}}{65}$，所以 $\cos 2\theta=1-2\sin^2\theta=1-2(\frac{8\sqrt{65}}{65})^2=-\frac{63}{65}$，故选 B.

7.

【答案】A.

【解析】：由三视图可知：该几何体为上下两部分，上面是一个三棱柱，下面是一个长方体.

由三视图可知：该几何体为上下两部分，上面是一个三棱柱，下面是一个长方体.

∴该几何体的表面积=$2\times\frac{1}{2}\times4\times2+4\times2\sqrt{2}\times2+2\times4\times4+4\times4=16\sqrt{2}+56$.

故选：A.

8.

【答案】D..

【解析】：(1)由于函数 $y=x\sin x$ 是偶函数，由图象知，函数①对应第一个图象；函数 $y=x\cos x$ 是奇函数，且当 $x=\pi$时，$y=-\pi<0$，故函数②对应第三个图象；函数 $y=x|\cos x|$为奇函数，故函数③与第四个图象对应；函数 $y=x\cdot2^x$ 为非奇非偶函数，与第二个图象对应．综上可知，选 D.

9.

【答案】C

【解析】考查多项式.函数的导数公式，重点考查学生创新意识，综合与灵活地应用所学的数学知识、思想和方法。考虑到求导中，含有 x 项均取 0，则 $f'(0)$ 只与函数 $f(x)$ 的一次项有关；得：$a_1\cdot a_2\cdot a_3\cdots a_8=(a_1a_8)^4=2^{12}$。

10.

【答案】B

【解析】：由 $\overline{OP}=2\overline{OE}-\overline{OF}$ 知 E 为 PF 中点，则 $PF=2EF=2\sqrt{c^2-\frac{a^2}{4}}$ 设 F_2 为双曲线的右焦点由中位线性质得 $PF_2=a$，代入 $PF-PF_2=2a$ 化简得 $e=\frac{\sqrt{10}}{2}$

11.

【答案】：B

【解析】：

$$\omega_A=bc\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2},\omega_B=ac\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2},\omega_C=ab\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2},$$

$\omega_A+\omega_B=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2}+\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2}=c^2$，故 D 正确，C 显然正确，

$\omega_A\tan A=bc\sin A=2S_{\Delta ABC}$,同理，$\omega_B\tan B=2S_{\Delta ABC},\omega_C\tan C=2S_{\Delta ABC}$ ，故 A 正确

12．

【答案】：C

【解析】：：令 f（x）﹣lnx=t，由是定义在（0，+∞）上的单调函数可知 t 为正常数，

则 f（x）=t+lnx，且 f（t）=1，即 t+lnt=1，解得：t=1，

则 f（x）=lnx+1，f′（x）=$\frac{1}{x}$，∴f（x）﹣f′（x）=lnx+1﹣$\frac{1}{x}$=1，

即 lnx﹣$\frac{1}{x}$=0，则方程 f（x）﹣f′（x）=1 的解可转化成方程 lnx﹣$\frac{1}{x}$=0 的解，

令 h（x）=lnx﹣$\frac{1}{x}$，而 h（2）=ln2﹣$\frac{1}{2}$＞0，h（1）=ln1﹣1＜0，

∴方程 lnx﹣$\frac{1}{x}$=0 的解所在区间为（1，2），

∴方程 f（x）﹣f′（x）=e 的解所在区间为（1，2），

故选：C．

二、填空题 ：本题 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．请把正确答案写在答题卷上．

13

【答案】：3

【解析】：等比数列，共 7 项，公比为 2，$S_7=\dfrac{a_1(1-2^7)}{1-2}=381$，$a_1=3$

14．

【解析】：$a=\int_0^2(1-3x^2)dx+4=-6+4=-2$，由二项式定理得 $T_{r+1}=C_6^r(-2)^r x^{12-3r}$ 令

$r=3$ 得 x^3 项的系数为 -160，令 $x=1$，二项式 $(x^2+\dfrac{a}{x})^6$ 展开式中各项系数之和为 1，故不含 x^3

项的系数和为 $1-(-160)=161$

15．解析　设需租赁甲种设备 x 台，乙种设备 y 台，

则 $\begin{cases}5x+6y\geq 50,\\10x+20y\geq 140,\\x\in\mathbf{N}^*,\\y\in\mathbf{N}^*.\end{cases}$

目标函数为 $z=200x+300y$.

作出其可行域，易知当 $x=4$，$y=5$ 时，$z=200x+300y$ 有最小值 2 300 元.

答案　2 300

16．

解析：先分成 3 组，第一组 a，第二组 b，第三组至少有一个，分这三组的情形：第一

类，第三组有 3 个，有 1 种分组方式；第二类，第三组有 2 个，有 $2C_3^2$ 种分组方式；

第三类，第三组有 1 个，有 $4C_3^1$，则共有 $(1+2C_3^2+4C_3^1)A_3^3=114$

【答案】114

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17．(本小题满分 12 分)

【解答】：（1）由题意 A=1，将点（0，$\frac{1}{2}$）代入解得 $\sin\phi=\frac{1}{2}$，$\phi=\frac{\pi}{6}$，

再根据 $\omega\times\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+2k\pi$，$k\in Z$，结合 $0<\omega<4$，

所以 $\omega=2$，$f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{6})$.

将函数 f（x）的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位得到函数 $g(x)=\sin(2x-\frac{\pi}{6})$ 的图象.

……………………………6 分

（2）函数 h（x）=f（x）+g（x）$+2\cos^2x-1=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$，故函数的周期 T=π.

对于 x_1，$x_2\in R$，都有 $h(x_1)\leqslant h(x)\leqslant h(x_2)$，故 $|x_1-x_2|$ 的最小值为 $\frac{\pi}{2}$.

……………………………6 分

18．【解答】：（Ⅰ）根据题意列出 2×2 列联表如下：

红包个数 手机品牌	优	非优	合计
甲品牌（个）	3	2	5
乙品牌（个）	2	3	5
合计	5	5	10

…

$K^2=\frac{10(4-9)^2}{5\times5\times5\times5}=\frac{10\times25}{25\times25}=0.4<2.072$，

所以没有 85%的理由认为抢到红包个数与手机品牌有关 ……………………5 分

（Ⅱ）①令事件 C 为“型号 I 被选中”；事件 D 为“型号 II 被选中”，

则 $P(C)=\frac{C_4^2}{C_5^3}=\frac{3}{5}$，$P(CD)=\frac{C_3^1}{C_5^3}=\frac{3}{10}$，

所以 $P(D|C)=\frac{P(CD)}{P(C)}=\frac{1}{2}$.　　　……………………………8 分

②随机变量 X 的所有可能取值为 1，2，3，…

$P(X=1)=\frac{C_3^1\cdot C_2^2}{C_5^3}=\frac{3}{10}$; $P(X=2)=\frac{C_2^1C_3^2}{C_5^3}=\frac{3}{5}$; $P(X=3)=\frac{C_3^3}{C_5^3}=\frac{1}{10}$.　　…

故 X 的分布列为：

X	1	2	3
P	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{10}$

∴数学期望 E（X），$E(X)=1\times\frac{3}{10}+2\times\frac{3}{5}+3\times\frac{1}{10}=1.8$.　…………………………12 分

19．**(本小题满分 12 分)**

【解答】(1)在 ΔABD 中,因为 E 是 BD 的中点,所以 $EA=EB=ED=AB=1$,

故 $\angle BAD=\frac{\pi}{2},\angle ABE=\angle AEB=\frac{\pi}{3}$,

因为 $\Delta DAB\cong\Delta DCB$,所以 $\Delta EAB\cong\Delta ECB$,

从而有 $\angle FED=\angle FEA$,

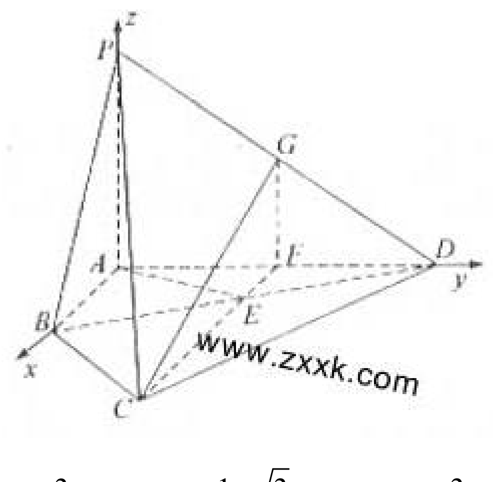
故 $EF\perp AD, AF=FD$,又因为 $PG=GD$, 所以 $FG\parallel PA$.

又 $PA\perp$平面 $ABCD$,

所以 $GF\perp AD$, 故 $AD\perp$平面 CFG .　　……………………………6 分

(2)以点 A 为坐标原点建立如图所示的坐标系,则

$A(0,0,0),B(1,0,0),C(\frac{3}{2},\frac{\sqrt{3}}{2},0),D(0,\sqrt{3},0)$,



$P(0,0,\frac{3}{2})$,故 $\overrightarrow{BC}=(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2},0),\overrightarrow{CP}=(-\frac{3}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{3}{2}),\overrightarrow{CD}=(-\frac{3}{2},\frac{\sqrt{3}}{2},0)$

设平面 BCP 的法向量 $\overrightarrow{n_1}=(1,y_1,z_1)$,则 $\begin{cases}\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}y_1=0\\-\dfrac{3}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}y_1+\dfrac{3}{2}z_1=0\end{cases}$,

解得 $\begin{cases}y_1=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\\z_1=\dfrac{2}{3}\end{cases}$,即 $\overrightarrow{n_1}=(1,-\dfrac{\sqrt{3}}{3},\dfrac{2}{3})$.

设平面 DCP 的法向量 $\overrightarrow{n_2}=(1,y_2,z_2)$,则 $\begin{cases}-\dfrac{3}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}y_2=0\\-\dfrac{3}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}y_2+\dfrac{3}{2}z_2=0\end{cases}$,解得 $\begin{cases}y_2=\sqrt{3}\\z_2=2\end{cases}$,

即 $\overrightarrow{n_2}=(1,\sqrt{3},2)$. 从而平面 BCP 与平面 DCP 的夹角的余弦值为

$\cos\theta=\dfrac{\left|\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|\left|\overrightarrow{n_2}\right|}=\dfrac{\frac{4}{3}}{\sqrt{\frac{16}{9}}\cdot\sqrt{8}}=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$. 则 $\sin\theta=\dfrac{\sqrt{14}}{4}$ ……………………………12 分

20．(本小题满分 12 分)

【解答】：（Ⅰ）依题意 $a=2$ ，$\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ，所以 $c=\sqrt{2}$.

因为 $a^2=b^2+c^2$ ， 所以 $b=\sqrt{2}$.

椭圆方程为 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1$. ……………………………4 分

（Ⅱ）因为直线 l 的斜率为 1，可设 l： $y=x+m$ ，

则 $\begin{cases}x^2+2y^2=4\\y=x+m\end{cases}$,

消 y 得 $3x^2+4mx+2m^2-4=0$ ，

$\Delta>0$ ，得 $m^2<6$.

因为 $A(x_1,y_1)$ ，$B(x_2,y_2)$ ，

所以 $x_1+x_2=-\dfrac{4m}{3}$ ，$x_1x_2=\dfrac{2m^2-4}{3}$. ……………………………6 分

设直线MA：$y=\dfrac{y_1}{x_1+2}(x+2)$，则 $y_P=\dfrac{6y_1}{x_1+2}$；同理 $y_Q=\dfrac{6y_2}{x_2+2}$．

因为 $\dfrac{1}{y_1}+\dfrac{1}{y_2}=\dfrac{1}{y_P}+\dfrac{1}{y_Q}$，

所以 $\dfrac{6}{6y_1}+\dfrac{6}{6y_2}=\dfrac{x_1+2}{6y_1}+\dfrac{x_2+2}{6y_2}$， 即 $\dfrac{x_1-4}{6y_1}+\dfrac{x_2-4}{6y_2}=0$．

所以 $(x_1-4)y_2+(x_2-4)y_1=0$，

所以 $(x_1-4)(x_2+m)+(x_2-4)(x_1+m)=0$，

$2x_1x_2+m(x_1+x_2)-4(x_1+x_2)-8m=0$， ……………………………9 分

$2\cdot\dfrac{2m^2-4}{3}+m(-\dfrac{4m}{3})-4(-\dfrac{4m}{3})-8m=0$， $\dfrac{-8-8m}{3}=0$， $m=-1\in(-\sqrt{6},\sqrt{6})$．

所以 $x_1+x_2=\dfrac{4}{3}$，$x_1x_2=-\dfrac{2}{3}$． 设△ABM的面积为S，直线 l 与 x 轴交点记为N，

所以 $S=\dfrac{1}{2}\cdot|MN|\cdot|y_1-y_2|=\dfrac{3}{2}\cdot|x_1-x_2|=\dfrac{3}{2}\cdot\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{10}$．

所以 △ABM的面积为 $\sqrt{10}$． ……………………………12 分

21．(本小题满分 12 分)

【解答】(1)$f'(x)=\dfrac{a}{x}+(1-a)x-b$，由题设知 $f'(1)=0$，解得 $b=1$ ……………………………2 分

(2)$f(x)$的定义域为(0，+∞)，由(1)知，$f(x)=a\ln x+\dfrac{1-a}{2}x^2-x$，

$f'(x)=\dfrac{a}{x}+(1-a)x-1=\dfrac{1-a}{x}\left(x-\dfrac{a}{1-a}\right)(x-1)$． ……………………………4 分

①若 $a\le\dfrac{1}{2}$，则 $\dfrac{a}{1-a}\le1$，故当 $x\in(1，+\infty)$时，$f'(x)>0$，$f(x)$在(1，+∞)上单调递增，

所以，存在 $x_0\ge1$，使得 $f(x_0)<\dfrac{a}{a-1}$的充要条件为 $f(1)<\dfrac{a}{a-1}$，即 $\dfrac{1-a}{2}-1<\dfrac{a}{a-1}$，

解得 $-\sqrt{2}-1<a<\sqrt{2}-1$． ……………………………7 分

②若 $\dfrac{1}{2}<a<1$，则 $\dfrac{a}{1-a}>1$，故当 $x\in\left(1，\dfrac{a}{1-a}\right)$时，$f'(x)<0$；

当 $x\in\left(\frac{a}{1-a},\ +\infty\right)$时，$f'(x)>0$，$f(x)$在$\left(1,\ \frac{a}{1-a}\right)$上单调递减，在$\left(\frac{a}{1-a},\ +\infty\right)$上单调递增.

所以，存在 $x_0\geq1$，使得$f(x_0)<\frac{a}{a-1}$的充要条件为$f\left(\frac{a}{1-a}\right)<\frac{a}{a-1}$.

而$f\left(\frac{a}{1-a}\right)=a\ln\frac{a}{1-a}+\frac{a^2}{2(1-a)}+\frac{a}{a-1}>\frac{a}{a-1}$，所以不合题意． ....10 分

③若 $a>1$，则$f(1)=\frac{1-a}{2}-1=\frac{-a-1}{2}<\frac{a}{a-1}$.

综上，a 的取值范围是$(-\sqrt{2}-1，\sqrt{2}-1)\cup(1，+\infty)$． ....12 分

选做题：请考生在第 22、23 题中任选一题作答。若多做，则按所做的第一题计分。

22．(本小题满分 10 分)选修 4-4：坐标系与参数方程

【解答】：

（1）圆C_1的直角坐标方程为$x^2+(y-2)^2=4$，直线C_2的直角坐标方程为$x+y-4=0$

解之：$x_1=0,x_2=2$，它们的交点$(0,4),(2,2)$，对应的极坐标分别为$(4,\frac{\pi}{2}),(2\sqrt{2},\frac{\pi}{4})$

……………………………5 分

（2）由（1）可知，P点和Q点的直角坐标分别为$(0,2),(1,3)$，故直线PQ的直角坐标方程为$x-y+2=0$，由参数方程可得$y=\frac{b}{2}x-\frac{ab}{2}+1$，所以$\frac{b}{2}=1$，$-\frac{ab}{2}+1=2$

解得$a=-1$，$b=2$ ……………………………5 分

23．（本小题满分 10 分）选修 4—5：不等式选讲

【解答】：（1）函数 f（x）=|2x﹣1|+|2x+1|=2（$|x-\frac{1}{2}|+|x+\frac{1}{2}|$）

表示数轴上的 x 对应点到$-\frac{1}{2}$、$\frac{1}{2}$对应点的距离之和，

而 1 和﹣1 对应点到$-\frac{1}{2}$、$\frac{1}{2}$对应点的距离之和正好等于 2，故不等式 f（x）＜4

即$|x-\frac{1}{2}|+|x+\frac{1}{2}|<2$的解集为 M=（﹣1，1）； ……………………………5 分

（2）当 a、b∈M 时，

﹣1＜a＜1，﹣1＜b＜1，∴$a^2<1$，$b^2<1$，∴（a^2-1）（$1-b^2$）＜0，

即 $a^2+b^2<1+a^2b^2$，∴$(a+b)^2<(1+ab)^2$，∴|a+b|＜|1+ab|，

∴$\left|\frac{a+b}{1+ab}\right|<1$． ……………………………5 分